

Jmenovatel zlomku musí být vždy různý od nuly! Podmínky, za kterých má lomený výraz smysl, uvádíme vždy, i když nejsou v zadání úlohy vyžadovány!

Krátit lomený výraz znamená dělit jeho čitatele i jmenovatele stejným výrazem, nebo číslem různým od nuly.

$$\frac{\text{red} \cdot \cancel{\text{green}}}{\text{blue} \cdot \cancel{\text{green}}} = \frac{\text{red}}{\text{blue}}$$

Původní a zkrácený výraz se rovnají jen pro ty hodnoty, pro které mají oba výrazy smysl.

Rozšířit lomený výraz znamená násobit jeho čitatele i jmenovatele stejným výrazem, nebo číslem různým od nuly.

$$\frac{\text{red}}{\text{blue}} = \frac{\text{red} \cdot \text{green}}{\text{blue} \cdot \text{green}}$$

Původní a rozšířený výraz se rovnají jen pro ty hodnoty, pro které mají oba výrazy smysl.

Sčítání resp. odčítání lomených výrazů se stejnými jmenovateli provedeme tak, že sečteme, resp. odečteme čitatele a jmenovatele opíšeme. Pokud výrazy stejné jmenovatele nemají, tak je nejprve na stejného jmenovatele převedeme.

$$\frac{\text{red}}{\text{blue}} \pm \frac{\text{green}}{\text{blue}} = \frac{\text{red} \pm \text{green}}{\text{blue}}$$

Při **násobení** lomených výrazů dělíme součin čitateľů součinem jmenovatelů.

$$\frac{\text{red} \cdot \text{green}}{\text{blue} \cdot \text{purple}} = \frac{\text{red} \cdot \text{green}}{\text{blue} \cdot \text{purple}}$$

Při úpravě **složeného výrazu** dělíme součin vnějších členů součinem vnitřních členů.

$$\frac{\text{red}}{\text{blue}} = \frac{\text{red} \cdot \text{purple}}{\text{blue} \cdot \text{green}}$$

Lineární rovnice s neznámou ve jmenovateli

- Nejprve **vyloučíme hodnoty** neznámé, pro které rovnice nemá smysl (jmenovatel každého z lomených výrazů **musí být různý od nuly**).

$$\frac{5}{x-3} = \frac{-2}{x+1} \Rightarrow x \neq 3, x \neq -1$$

- Pak rovnici **vynásobíme společným jmenovatelem** (všech lomených výrazů v rovnici).

$$\frac{5}{x-3} = \frac{-2}{x+1} \quad \bigg/ \cdot (x-3)(x+1)$$

- Používáme stejné ekvivalentní úpravy jako u lineárních rovnic s jednou neznámou.
- Soustava dvou lineárních rovnic pro dvě neznámé má buď **právě jedno řešení**, nebo má **nekonečně mnoho řešení**, nebo nemá **žádné řešení**.
- Řešením soustavy dvou lineárních rovnic pro dvě neznámé rozumíme **dvojici čísel**.
- Řešení můžeme hledat pomocí různých metod:
 - **srovnávací** → vyjádříme z obou rovnic stejnou neznámou a porovnáme
 - **dosazovací** → vyjádříme z jedné rovnice jednu neznámou a dosadíme do druhé rovnice
 - **sčítací** → rovnice vynásobíme vhodnými čísly a sečteme (odečteme) je mezi sebou

Funkce

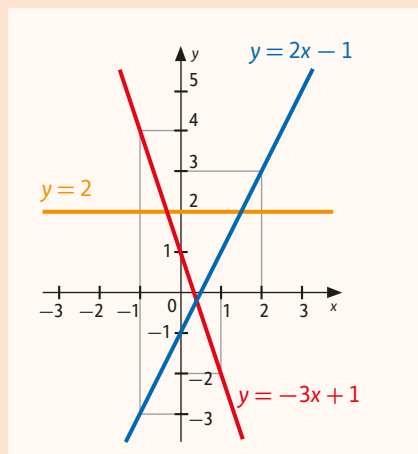
Funkce $y = f(x)$ přiřazuje každému prvku x z jejího definičního oboru D **právě jedno** reálné číslo y (z oboru hodnot funkce f).

U funkce $y = f(x)$ nazýváme x **nezávisle proměnnou**, zatímco proměnná y se označuje jako **závisle proměnná**.

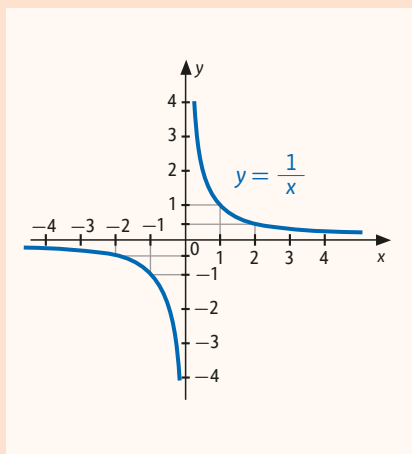
Funkce je **zadána vztahem** (rovnicí, předpisem), v některých případech **grafem** nebo **tabulkou**.

Grafem funkce $y = f(x)$ je množina všech bodů $[x, f(x)]$, kde $x \in D$.

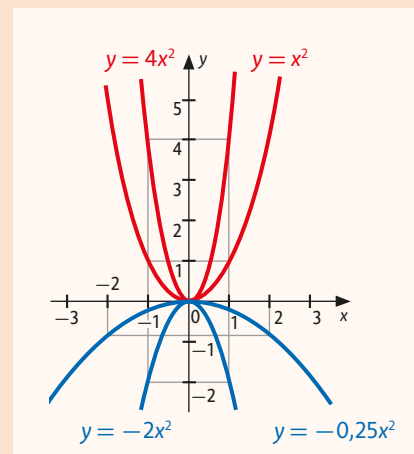
Lineární funkce je dána předpisem $y = kx + q$ a jejím **grafem je přímka**. Lineární funkce $y = kx + q$ je **rostoucí**, pokud $k > 0$, **konstantní**, pokud $k = 0$, **klesající**, pokud $k < 0$.



Nepřímá úměrnost s koeficientem k je funkce $y = \frac{k}{x}$, kde x je libovolné **nenulové reálné číslo**. Grafem nepřímé úměrnosti je **hyperbola**.

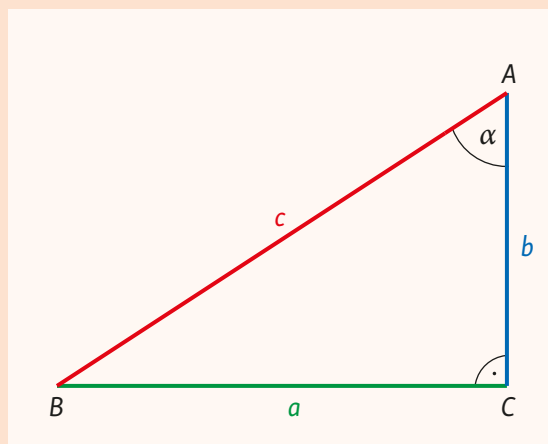


Kvadratická funkce je dána předpisem $y = ax^2$ a jejím grafem je **parabola**. Pro $a > 0$ je otočena směrem „**vzhůru**“, pro $a < 0$ je otočena směrem „**dolů**“.



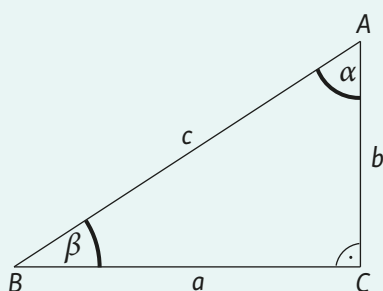
V pravoúhlém trojúhelníku ABC (s pravým úhlem při vrcholu C) zavádíme pro vnitřní úhly goniometrické funkce **sinus**, **kosinus** a **tangens** takto:

- Sinus úhlu α je poměr délek **odvěsny protilehlé** k úhlu α a **přepony**, tj. $\sin \alpha = \frac{a}{c}$.
- Kosinus úhlu α je poměr délek **odvěsny přilehlé** k úhlu α a **přepony**, tj. $\cos \alpha = \frac{b}{c}$.
- Tangens úhlu α je poměr délek **odvěsny protilehlé** a **odvěsny přilehlé** k úhlu α , tj. $\tan \alpha = \frac{a}{b}$.



V pravoúhlém trojúhelníku (pravý úhel při vrcholu C) platí vztahy:

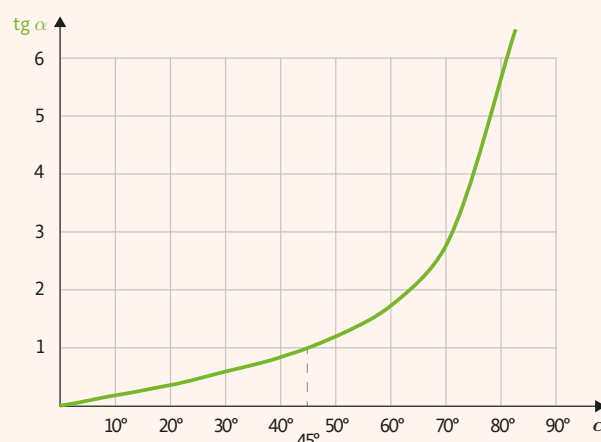
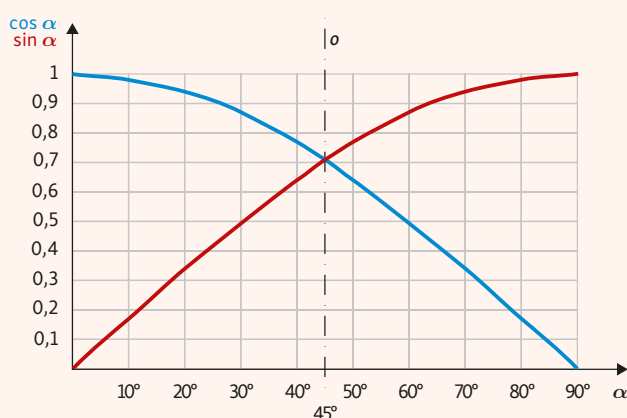
- $\sin \alpha = \cos \beta$
- $\sin \beta = \cos \alpha$
- $\tan \alpha = \frac{1}{\tan \beta}$



Zapamatuj si!

α	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\tan \alpha$
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

Grafy funkcí **sinus**, **cosinus** a **tangens**



Finanční gramotnost

soubor znalostí, dovedností a postojů nezbytných k dosažení finanční prosperity prostřednictvím zodpovědného finančního rozhodování.

Mzda

odměna za práci v pracovním poměru.

Hrubá mzda

peněžní odměna za práci před zdaněním a jinými odpočty.

Čistá mzda

částka, která je zaměstnanci skutečně vyplacena.

Daň z příjmu fyzických osob

daň ze mzdy nebo z podnikání, vztahující se na všechny fyzické osoby, které mají bydliště na území České republiky.

Věřitel

půjčuje peníze (osoba nebo společnost).

Dlužník

půjčuje si peníze (osoba nebo společnost).

Kapitál (jistina)

finanční prostředky, které věřitel půjčuje dlužníkovi.

Úrok

odměna za zapůjčení kapitálu.

Úroková sazba

procentní vyjádření zvýšení půjčené částky za určité časové období. Například roční úrokovou sazbu 8 % označujeme 8 % p. a. (z latinského *per annum*).

Úrokové období

dobu, za kterou se úroky pravidelně připisují.

Doba splatnosti

dobu, za kterou musí dlužník vrátit půjčenou částku, a to včetně úroků.

Ve výpočtech budeme používat mezinárodní standard ACT/360:

1 rok = 360 dní, 1 měsíc = 30 dní, 1 den = $\frac{1}{360}$ roku.

Jednoduché úročení → úročí se stále původní vložený kapitál.

Obecný vzorec výpočtu: $K = K_0(1 + i \cdot t)$; vzorec s 15% daní státu: $K = K_0(1 + i \cdot t \cdot 0,85)$

K – kapitál po zúročení

K_0 – kapitál na začátku

t – doba vyjádřená v letech

i – roční úroková sazba vyjádřená jako desetinné číslo

0,85 (100 % – 15 % = 85 %) – daň státu je 15 %, tedy 85 % je vyjádřeno desetinným číslem



Složené úročení → úrokovací dobu tvoří několik úrokovacích období. Úrok z každého úrokovacího období se připočítá k zúročenému kapitálu a v dalším úrokovacím období se úročí již zúročený kapitál. Nemá-li v příkladu uvedeno jinak, uvažujeme **složené úročení** s připisováním úroků **jedenkrát ročně**.

Obecný vzorec výpočtu: $K_n = K_0 \left(1 + \frac{1}{k}i\right)^n$; vzorec s 15% daní státu: $K_n = K_0 \left(1 + \frac{1}{k}0,85i\right)^n$

n – celkový počet úrokovacích období

K_n – kapitál na konci n -tého úrokovacího období

K_0 – kapitál na začátku

k – počet úrokovacích období za jeden rok

i – roční úroková sazba vyjádřená jako desetinné číslo

0,85 (100 % – 15 % = 85 %) – daň státu je 15 %, tedy 85 % je vyjádřeno desetinným číslem

Úvěr → právo použít cizí peněžní prostředky pro vlastní potřebu s povinností je v určité lhůtě vrátit a zaplatit za toto právo odměnu (úrok).

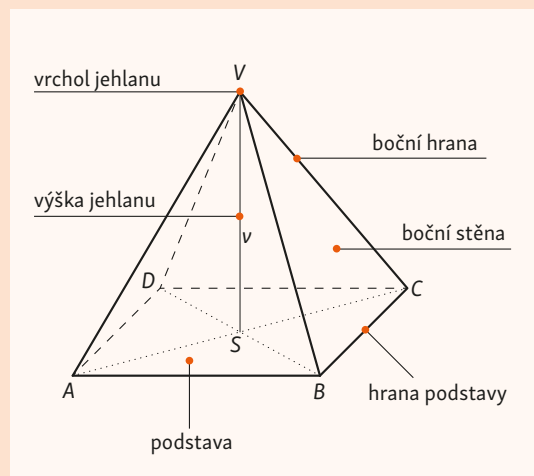
Jistina (kapitál) → částka, která byla půjčena nebo která tvořila vklad.

Druhy úvěrů:

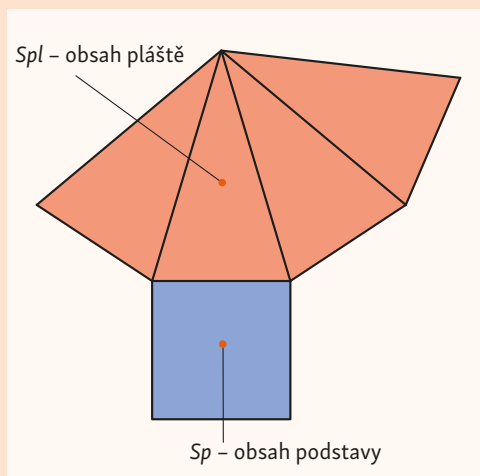
- Spotřebitelský úvěr – určený pro koupi spotřebního zboží, např. automobilu, výpočetní techniky, elektroniky, bílého zboží či dovolené.
- Hypoteční úvěr – určený na bydlení.

RPSN (roční procentní sazba nákladů) udává procentuální podíl z dlužné částky, který musí spotřebitel zaplatit za období jednoho roku v souvislosti se splátkami, správou a dalšími výdaji spojenými s čerpáním úvěru.

Jehlan je těleso, jehož základna (podstava) je **mnohoúhelník**. **Stěny** jsou tvořeny **trojúhelníky**, které mají jeden společný bod, který nazýváme **vrchol jehlanu**. **Výška jehlanu** je vzdálenost vrcholu jehlanu od roviny podstavy.



jehlan

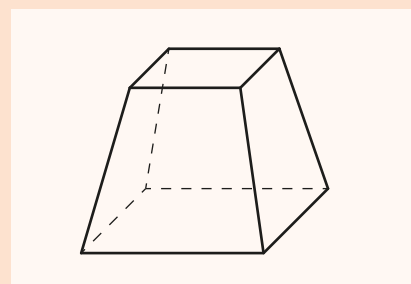


sít jehlanu

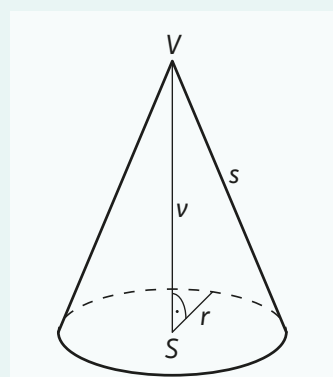
$$V = \frac{1}{3} Sp \cdot v \rightarrow \text{objem jehlanu} = \text{třetina obsahu podstavy krát výška jehlanu}$$

$$S = Sp + Spl \rightarrow \text{povrch jehlanu} = \text{obsah podstavy plus obsah pláště}$$

- Podle „typu“ podstavy nazýváme jehlany **trojboký** (podstava je trojúhelník), **čtyřboký** (podstava je čtyřúhelník), **pětiboký** (podstava je pětiúhelník) atd.
- Je-li podstavou **pravidelný mnohoúhelník** (rovnostanný trojúhelník, čtverec, pravidelný pětiúhelník atd.), nazýváme **jehlan pravidelný** (trojboký, čtyřboký, pětiboký atd.).

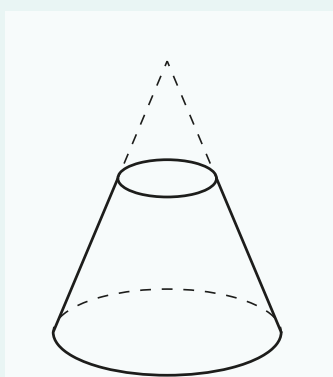


komolý jehlan



kužel

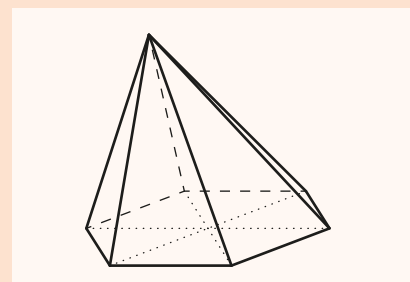
v – výška kužele
 s – délka strany
 r – poloměr kužele



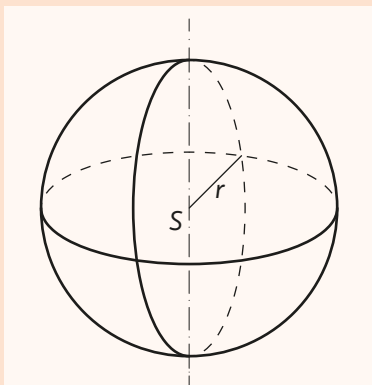
komolý kužel

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot v$$

$$S = \pi r^2 + \pi \cdot r \cdot s$$



kosý jehlan



r – poloměr koule

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

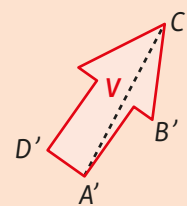
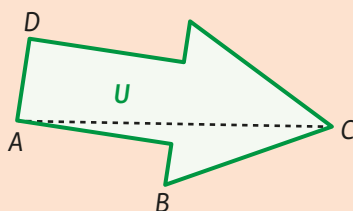
$$S = 4\pi r^2$$

Podobnost

- Každé dva **pravidelné n -úhelníky** jsou **podobné**.
- Každé dva **kruhy**, každé dvě **kružnice** jsou **podobné**.
- Každé dvě úsečky, každé dvě **přímky**, každé dvě **polopřímky** jsou **podobné**.

Útvar U je podobný útvaru $V \rightarrow$ mají stejný poměr vzdáleností odpovídajících si bodů.

$$k = \frac{|AD|}{|A'D'|} = \frac{|AC|}{|A'C'|} = \frac{|BC|}{|B'C'|} = \dots$$



Kladné číslo $k > 0$ nazýváme **poměr podobnosti**.

Je-li poměr podobnosti $k > 1$, jde o **zvětšení**, pro $k = 1$ jde o **shodnost**, pro $k < 1$ mluvíme o **zmenšení**.

Podobné útvary mají shodné odpovídající si úhly.

Trojúhelníky jsou **podobné**, jestliže:

- a) mají ve stejném poměru délky každých **dvou odpovídajících si stran** nebo
- b) mají stejné poměry **délek dvou dvojic odpovídajících si stran** a shodují se v **úhlu** těmito stranami sevřeném nebo
- c) se shodují ve **dvou úhlech**.

Základy správného rýsování:

- Vždy rýsujeme vhodnou ostrou tužkou nebo mikrotužkou tvrdosti 3 nebo HB.
- Používáme vhodné a čisté rýsovací potřeby – trojúhelník s ryskou, pravítko, kružítko, úhloměr.

Při rýsování používáme různé druhy čar – jsou důležité pro celkový vzhled a přehlednost obrázku.

druh čáry		použití
čáry tenké	plné	pomocné a kótovací čáry neviditelné hrany osy souměrnosti
	čárkované	
	čerchované	
čáry tlusté	plné	viditelné obrysy a hrany naznačení polohy řezu
	čerchované	

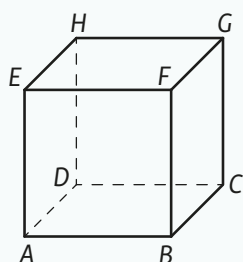
Promítání používáme pro zobrazování 3D útvarů do roviny, kterou nazýváme **průmětna**.

Promítání je způsob, jak nakreslit na papír trojrozměrné objekty.

Volné rovnoběžné promítání a pravidla rýsování

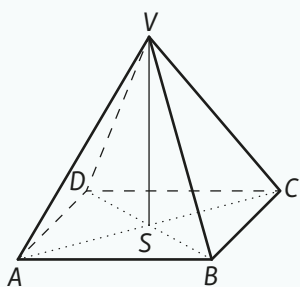
- Průmětnu volíme svislou (např. obrazovka počítače, rovina tabule, rovina sešitu).
- Podstavy těles umísťujeme do vodorovných rovin tak, aby některá podstavná hrana byla rovnoběžná s průmětnou.
- Geometrické útvary, které leží v rovinách rovnoběžných s průmětnou, zobrazujeme ve skutečné velikosti a tvaru, případně ve vhodném měřítku.
- Úsečky kolmé k průmětně zobrazíme jako úsečky, které s vodorovným směrem svírají úhel o velikosti 45° a jejichž délka se rovná polovině délky skutečné úsečky.

Tělesa zobrazená ve volném rovnoběžném promítání

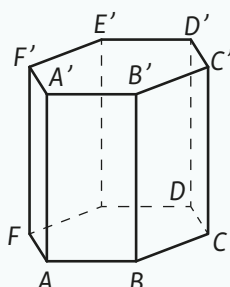


krychle:

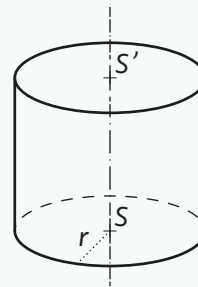
- přední stěna ABFE je rovnoběžná s průmětnou
- hrany (AD, BC, EH, FG) jsou kolmé na průmětnu
→ rýsujeme je pod úhlem 45° a zkrácené na polovinu skutečné délky
- neviditelné hrany (AD, CD, DH) rýsujeme čárkovaně



jehlan



pravidelný šestiboký hranol



válec

Pravoúhlé promítání a pravidla rýsování

Pravoúhlé promítání je rovnoběžné promítání, jehož směr svírá s průmětnou pravý úhel 90° .

Používáme tři kolmé průmětny:

- **nárys** → pohled zepředu
- **půdorys** → pohled shora, rýsuje se pod pohled zepředu
- **bokorys** → pohled zleva, rýsuje se napravo od nárysu

